

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор Высшей школы**  
**современной математики**  
**А.Н. Соболевский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Диофантовы приближения
<b>по направлению:</b>	Математика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная математика
	Высшая школа современной математики
	Высшая школа современной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 84 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 144, всего зач. ед.: 4

Программу составил: М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

## Аннотация

В курсе будут обсуждаться как классические, так и новые результаты из области диофантовых приближений и приложений, а также разнообразные нерешенные задачи.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Формирование фундаментальных знаний по теории чисел (в частности, по диофантовым приближениям); формирование математической культуры, исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области теории чисел (диофантовых приближений);
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в применении теоретико-числовых методов в других математических дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

Основные понятия теории диофантовых приближений.

уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые теоретико-числовые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с диофантовыми приближениями.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Суммы Биркгофа для поворота окружности.	8			22
2	Диофантовы приближения и Грассманиан.	8			22
3	Теорема о трех расстояниях.	6			22
4	Функции меры иррациональности.	8			18
Итого часов		30			84
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		144 час., 4 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

##### 1. Суммы Биркгофа для поворота окружности.

Суммы Биркгофа для поворота окружности.

Пример Паункаре.

Многомерные обобщения задачи о суммах Биркгофа для поворота окружности.

##### 2. Диофантовы приближения и Грассманиан.

Диофантовы приближения в теории грассманианов.

Углы между подпространствами.

##### 3. Теорема о трех расстояниях.

Теорема о трех расстояниях и ее применения в задаче о геодезической на двумерной поверхности.

##### 4. Функции меры иррациональности.

Функции меры иррациональности.

Диофантовы спектры.

Теоремы отделимости.

#### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

#### 6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Основы теории чисел [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. М. Виноградов .— 11-е изд., стереотип. — СПб. : Лань, 2006 .— 176 с.

Дополнительная литература

1. Введение в теорию диофантовых приближений [Текст] = An introduction to diophantine approximation/Дж. В. С. Касселс , -М., Изд-во иностр. лит., 1961

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Математика  
**профиль подготовки:** Фундаментальная математика  
Высшая школа современной математики  
Высшая школа современной математики  
**курс:** 3  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 5 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** М.А. Цфасман, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Диофантовы приближения» обучающийся должен:

### знать:

Основные понятия теории диофантовых приближений.

### уметь:

Уметь разбирать конкретные примеры и проводить необходимые теоретико-числовые вычисления.

### владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы с диофантовыми приближениями.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Суммы Биркгофа для поворота окружности, пример Паункаре и многомерные обобщения.
2. Диофантовы приближения и Грассманиан. Углы между подпространствами.
3. Теорема о трех расстояниях и её применения в задаче о геодезической на двумерной поверхности.
4. Функции меры иррациональности. Диофантовы спектры и теоремы делимости.

Пример экзаменационного билета:

- 1) Суммы Биркгофа для поворота окружности.
- 2) Пример вычисления Диофантова спектра.

## Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.